OLIMPADA DE MATEMATICA

ETAPA LOCALĂ

18 februarie 2012

BAREM

CLASA A VIII-A

1.	**Din oficiu**	**1p**
	$x^2+2xy+y^2+x+y=42$	**2p**
	$(x+y)^2+(x+y)-42=0$	**3p**
	$a^2+a-42=0$	**1p**
	$\Rightarrow a_{1,2}\in\{-7;6\}$ $x,y\in\mathbb{N}$	**2p**
	$x+y=6$	**1p**

2.	**Din oficiu**	**1p**
	A este natural, dacă numărătorul este divizibil cu numitorul	**1 p**
	$a+11-\sqrt{8a}=a-2\sqrt{2a}+2+9=\left(\sqrt{a}-\sqrt{2}\right)^2+3^2$	**2 p**
	$b+12-\sqrt{12b}=b-2\sqrt{3b}+3+9=\left(\sqrt{b}-\sqrt{3}\right)^2+3^2$	**2 p**
	$\left(\sqrt{a}-\sqrt{2}\right)^2\geq 0\Rightarrow\left(\sqrt{a}-\sqrt{2}\right)^2+3^2\geq 3^2\Rightarrow\sqrt{\left(\sqrt{a}-\sqrt{2}\right)^2+3^2}\geq 3$	**1 p**
	$\left(\sqrt{b}-\sqrt{3}\right)^2\geq 0\Rightarrow\left(\sqrt{b}-\sqrt{3}\right)^2+3^2\geq 3^2\Rightarrow\sqrt{\left(\sqrt{b}-\sqrt{3}\right)^2+3^2}\geq 3$	**1 p**
	Deci numitorul lui A este mai mare sau egal decât 6, atunci singura soluţie este $\sqrt{\left(\sqrt{a}-\sqrt{2}\right)^2+3^2}+\sqrt{\left(\sqrt{b}-\sqrt{3}\right)^2+3^2}=6$, de unde a = 2, b = 3 şi A = 1	**2 p**

3.	**Din oficiu**	**1p**
	Ipoteză, concluzie, desen	**1p**
a.)	$DB\perp(SAC)\Rightarrow DB\perp SC$	**2p**
b.)	$DB\cap AC=\{O\}$, $OT\perp SC$ $unde$ $T\in SC\Rightarrow d(DB,SC)=OT=\frac{a\sqrt{2}}{2}$	**3p**
c.)	d(S, MD)=$\frac{a\sqrt{21}}{2}$	**3p**

4.	**Din oficiu**	**1p**
	Ipoteză, concluzie, desen	**1p**
a.)	Deoarece MN este linie mijlocie în triunghiul DC'B $\Rightarrow MN=\frac{DB}{2}=\frac{12\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$	**2p**

b.)	$C'M = C'N = CM = CN = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} = MN \Rightarrow \triangle C'MN \equiv \triangle CMN$ (triunghiuri echilaterale)	**2p**
	Fie P mijlocul segmentului (MN) $\Rightarrow C'P \perp MN, CP \perp MN \Rightarrow \sphericalangle\left((BDC'),(B'D'C)\right) = \sphericalangle C'PC$	**1p**
	Avem $C'P = CP = 3\sqrt{6}$ şi $A_{\triangle C'PC} = \frac{C'P \cdot CP \cdot \sin\left(\sphericalangle C'PC\right)}{2} = 27\sin\left(\sphericalangle C'PC\right)$	**1p**
	În triunghiul isoscel $\triangle C'PC$ fie $PQ \perp CC'$, $PQ = 3\sqrt{2}$ de unde avem $A_{\triangle C'PC} = \frac{CC' \cdot PQ}{2} = 18\sqrt{2}$	**1p**
	Din $27\sin\left(\sphericalangle C'PC\right) = 18\sqrt{2}$ obţinem $\sin\left(\sphericalangle C'PC\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	**1p**